

Penerapan Model *epidemic type aftershock sequence (ETAS)* pada Data Gempa Bumi di Sumatra

Lia Sulistya Rini¹, Hasih Pratiwi², dan Santoso Budi Wiyono³

^{1,3}Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Sebelas Maret

²Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret
Jl. Ir. Sutami 36A, Surakarta 57126

Email: liasulistyarini@student.uns.ac.id

Abstrak

Keywords:

model ETAS; fungsi intensitas bersyarat; estimasi likelihood maksimum; gempa bumi; epidemik.

Proses stokastik merupakan salah satu bidang kajian dalam matematika yang dapat digunakan untuk memprediksi atau menjelaskan fenomena-fenomena dalam kehidupan sehari-hari. Proses titik merupakan bagian dari proses stokastik dan merupakan subjek utama dalam statistik seismologi. Pada kejadian gempa bumi, sebuah gempa besar biasanya diikuti gempa lainnya atau gempa susulan. Model *epidemic type aftershock sequence (ETAS)* merupakan model pada proses titik yang mempertimbangkan keterkaitan gempa satu dengan yang lainnya. Model ETAS dinyatakan dengan fungsi intensitas bersyarat yang berguna untuk mengetahui peluang kemunculan terjadinya gempa bumi. Tujuan penelitian ini adalah membahas model ETAS dan menerapkannya pada data gempa bumi di Sumatra. Hasil dari penelitian ini yaitu model ETAS terbentuk dari fungsi intensitas bersyarat yang memiliki 5 parameter dan mempertimbangkan variabel waktu serta magnitudo. Dengan metode estimasi likelihood maksimum diperoleh estimasi parameter model ETAS data gempa bumi di Sumatra. Hasil estimasi parameter tersebut yaitu laju kegempaan dasar sebesar 0.0291, produktivitas gempa susulan sebesar 0.2240, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 2.4417, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.0199, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.9930.

1. PENDAHULUAN

Indonesia sering dilanda gempa bumi. Hal tersebut disebabkan Indonesia terletak di antara pertemuan tiga lempeng besar dunia yang sangat aktif yaitu lempeng Eurasia, lempeng Indo-Australia, dan lempeng Pasifik. Selain itu, Indonesia memiliki gunung api aktif yang menyebabkan sering terjadinya gempa lokal di sekitar daerah gunung berapi

akibat dari aktifitas magma dalam perut bumi Maarif [1]

Gempa bumi dapat dipandang sebagai proses titik yaitu koleksi acak titik-titik dalam suatu ruang. Masing-masing titik menyatakan waktu atau lokasi dari suatu kejadian. Menurut [4], sebuah gempa besar diikuti oleh sejumlah gempa susulan.

Gempa bumi pada suatu daerah dapat memicu terjadinya gempa susulan dan

dapat menyebabkan kerugian serta kerusakan yang cukup luas. Dalam penelitian seismologi, salah satu model yang dapat digunakan untuk memodelkan gempa susulan adalah hukum Omori [5]. Hukum ini menjelaskan peluruhan aktivitas gempa susulan menurut waktu dan kemudian dikembangkan oleh Utsu [7] menjadi hukum Omori-Utsu. Hukum Omori-Utsu tidak selalu tepat untuk memodelkan gempa bumi dalam jangka waktu yang lama, karena deretan gempa susulan umumnya diikuti oleh gempa susulan kedua, gempa susulan ketiga, dan seterusnya. Berdasarkan Ogata [2], karakteristik seperti itu dapat dijelaskan oleh model *epidemic type aftershock sequence (ETAS)* yang merupakan perluasan dari hukum Omori-Utsu.

Menurut Zhuang [8], model *ETAS* merupakan model yang sesuai untuk deretan gempa susulan. Model *ETAS* juga menunjukkan adanya periode di antara dua gempa bumi besar. Hal ini menunjukkan bahwa ada perbedaan di antara deretan gempa susulan pertama dan deretan gempa susulan berikutnya.

Hingga kini prakiraan waktu kemunculan gempa bumi pada suatu lokasi masih sulit diprediksi sehingga usaha pengembangan prakiraan terjadinya gempa bumi masih terus dilakukan baik dari aspek seismologi maupun aspek probabilistik (Sunusi *et al.* [6]). Menurut Ogata [3] fungsi intensitas bersyarat pada proses titik berguna untuk mengetahui peluang kemunculan terjadinya gempa bumi. Pembahasan model proses titik khususnya fungsi intensitas bersyarat model *ETAS*, diharapkan dapat memberikan informasi mengenai rata-rata banyaknya kejadian gempa bumi berdasarkan historisnya. Berdasarkan uraian di atas permasalahan yang diteliti adalah membahas model *ETAS* dan menerapkannya pada data gempa bumi di Sumatra.

2. METODE

Metode penelitian menggunakan kajian pustaka dengan mengumpulkan sumber pustaka serta mempelajari karya ilmiah dari hasil penelitian para pakar yang termuat dalam jurnal atau buku yang berkaitan dengan model *ETAS*. Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut.

- (1) Mengidentifikasi fenomena gempa bumi.
- (2) Mengkaji model tipe epidemik pada gempa bumi.
- (3) Menentukan asumsi-asumsi yang berkaitan dengan terjadinya gempa bumi
- (4) Menentukan hubungan model tipe epidemik pada gempa bumi dengan asumsi-asumsi yang diperoleh pada langkah (3).
- (5) Mengumpulkan data gempa bumi yang bersumber dari *United States Geological Survey (USGS)* pada rentang waktu Januari 1973 sampai April 2017 dengan magnitudo ≥ 5 dan kedalaman ≤ 70 km.
- (6) Menentukan nilai parameter awal untuk mengestimasi parameter model *ETAS* data gempa bumi di Sumatra.
- (7) Mengestimasi parameter model *ETAS* dengan metode estimasi likelihood maksimum.
- (8) Menentukan intensitas terjadinya gempa bumi berdasarkan nilai parameter yang diperoleh dari langkah (7).
- (9) Menggambar grafik dari intensitas terjadinya gempa bumi berdasarkan nilai parameter yang diperoleh dari langkah (8).
- (10) Menginterpretasikan grafik intensitas terjadinya gempa bumi yang diperoleh dari langkah (9).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas hasil penelitian tentang model ETAS dan penerapan model ETAS pada data gempa bumi di Sumatra.

3.1. Model ETAS

Pada model tipe epidemik banyaknya individu yang hidup pada waktu t dikendalikan oleh laju imigrasi, laju kelahiran, dan laju kematian. Dalam gempa bumi, imigrasi mengacu pada kejadian dasar independen yang terjadi, sedangkan kelahiran berhubungan dengan pemicu kejadian selanjutnya oleh kejadian sebelumnya. Proses kelahiran dan kematian tergantung usia untuk setiap individu usia x yang hidup pada waktu t . Untuk interval berikutnya yaitu $(t, t + dt)$, peluang terdapat satu kelahiran adalah $g(x) dt$ dan peluang terdapat satu kematian adalah $h(x) dt$. Kelahiran dan kematian saling independen satu dengan yang lainnya. Proses *self exciting* yaitu proses kelahiran yang mempertimbangkan imigrasi dengan laju μ per satuan waktu dan proses kematian $h(x) = 0$. Proses tersebut memiliki fungsi intensitas bersyarat sebagai berikut.

$$\lambda(t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t-t_i), \quad (3.1)$$

dengan $N(t)$ adalah banyaknya kejadian, $\{t\}$ pada $(0, t)$.

Persamaan (3.1) diperluas ke proses titik multivariat, $\{t_i^m\}$, dan berikut intensitas bersyarat untuk nilai magnitudo diskrit dari j dan m

$$\lambda_j(t) = \mu_j + \sum_m \sum_{t_i < t}^m g_{jm}(t-t_i^m).$$

Jika diasumsikan $g_{jm}(t) = c(m)g_j(t)$ dan mempertimbangkan $N(t) = \sum_m N_m(t)$ dari proses titik, maka intensitas bersyaratnya

$$\lambda(t) = \mu + \sum_{t_i < t} c(m_i)g(t-t_i), \quad (3.2)$$

dengan t_i adalah waktu kejadian dari $N(t)$, m_i adalah magnitudo yang berkaitan dengan t_i , dan $g(t) = \sum_j g_j(t)$.

Model tipe epidemik pada bidang seismologi yaitu hukum Omori $n(t) = \frac{K}{t+c}$. Hukum Omori dengan penambahan parameter pangkat p menjadi hukum Omori-Utsu $n(t) = \frac{K}{(t+c)^p}$. Berdasarkan hukum Omori-Utsu dan model tipe epidemik (3.2) diberikan asumsi-asumsi berikut.

- (1) Laju kegempaan dasar dalam suatu wilayah adalah konstan μ , yang berarti bahwa kegempaan dasar terjadi sesuai dengan proses Poisson stasioner dengan laju konstan μ .
- (2) Semua kejadian gempa bumi, termasuk gempa susulan, dapat menimbulkan gempa susulan berikutnya, dan setiap gempa susulan berikutnya menimbulkan gempa susulan berikutnya yang kedua secara independen. Banyaknya gempa susulan dari gempa utama dengan magnitudo M mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata $c(M)$.
 $c(M) = \kappa e^{\alpha(M-M_0)}$, (3.3)
 dengan M_0 merupakan batas magnitudo dan κ serta α merupakan parameter yang ditentukan.
- (3) Gempa susulan dari gempa utama dengan magnitudo M yang terjadi pada interval waktu tertentu sesuai dengan proses Poisson dengan laju $c(M)g(t-t_0)$ dengan $g(t)$ merupakan fungsi Omori pada waktu tertentu, yang dinormalisasi

sehingga $\int g(t)dt = 1$, yang dinyatakan sebagai

$$g(t) = \frac{p-1}{c} \left(1 + \frac{t}{c}\right)^{-p}, \quad (3.4)$$

dengan c dan p merupakan parameter yang akan ditentukan. Notasi t_0 merupakan waktu terjadinya gempa utama.

- (4) Distribusi magnitudo independen dengan laju kejadian. Kemudian menggunakan bentuk eksplisit dari hubungan Gutenberg-Richter sebagai fungsi kepadatan probabilitas dari magnitudo dengan

$$f(M) = \beta e^{\beta(M-M_0)}$$

Berdasarkan persamaan (3.2) dan asumsi-asumsi diatas, maka diperoleh fungsi intensitas bersyarat atau fungsi resiko gempa bumi yang dinyatakan sebagai

$$\lambda(t) = \mu + \sum_{t_i < t} c(m_i)g(t-t_i),$$

dengan mensubstitusikan $c(m_i)$ dengan persamaan (3.3) dan $g(t-t_i)$ dengan persamaan (3.4), maka diperoleh fungsi intensitas bersyarat berikut

$$\lambda(t) = \mu + K \sum_{t_i < t} e^{\alpha(M-M_0)} \left(1 + \frac{t-t_i}{c}\right)^{-p} \quad (3.5)$$

dengan $K = \kappa c^{(p-1)}(p-1)$, sehingga persamaan (3.5) merupakan fungsi intensitas bersyarat model ETAS.

3.2. Penerapan Model ETAS pada Data Gempa Bumi di Sumatra

Data gempa bumi di Sumatra merupakan data sekunder yang bersumber dari *United States Geological Survey*. Data gempa bumi tersebut memuat t_i dan m_i , dengan t_i merupakan waktu terjadinya gempa bumi ke- i dan m_i merupakan magnitudo dari gempa bumi ke- i . Rentang waktu terjadinya

gempa bumi tersebut dari Januari 1973 sampai April 2017 dengan magnitudo ≥ 5 dan kedalaman ≤ 70 km. Untuk rentang waktu Januari 1973 sampai April 2017, di Sumatra terdapat 488 gempa bumi. Kemudian dilakukan estimasi parameter model ETAS (3.5) dengan metode estimasi maksimum likelihood. Hasil estimasi parameter model ETAS (3.5) pada data gempa bumi di Sumatra dituliskan pada Tabel 1. Model ETAS dibedakan menjadi *null model* dan *full model*. *Null model* merupakan model ETAS dengan magnitudo mengikuti distribusi eksponensial dan *full model* merupakan model ETAS dengan magnitudo mengikuti distribusi gamma.

Tabel 1. Estimasi parameter model ETAS data gempa bumi di Sumatra

Parameter	Null model	Full model
μ	0.0291	0.0291
K	0.2240	0.2240
α	2.4417	2.4417
c	0.0199	0.0199
p	0.9930	0.9930

dengan

μ : laju kegempaan dasar

K : produktivitas gempa susulan

α : efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan

c : skala waktu laju peluruhan gempa susulan

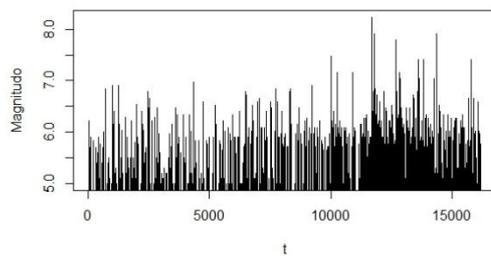
p : laju peluruhan gempa susulan

Berdasarkan hasil estimasi parameter model ETAS (3.5) pada Tabel 1, baik *null model* maupun *full model* diperoleh hasil

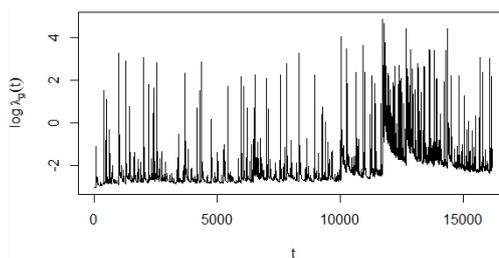
yang sama. Maka model *ETAS* (3.5) pada data gempa bumi di Sumatra dapat ditulis sebagai

$$\lambda(t) = 0.0291 + 0.224 \sum_{t_i < t} e^{2.4417(M_i - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{0.0199}\right)^{0.993}$$

Berikut plot magnitudo dan waktu data gempa bumi di Sumatra yang disajikan pada Gambar 1 serta plot logaritma fungsi intensitas bersyarat model *ETAS* data gempa bumi di Sumatra yang disajikan pada Gambar 2.



Gambar 1. Plot magnitudo dan waktu data gempa bumi di Sumatra



Gambar 2. Plot logaritma fungsi intensitas bersyarat model *ETAS*

Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa pada tanggal (waktu) 12 September 2007, 28 Maret 2005, 11 Maret 2012, dan 26 Desember 2004 terjadi gempa bumi dengan magnitudo yang besar yang terjadi di lepas pantai barat Sumatra bagian Utara, Sumatra bagian Selatan, dan Sumatra bagian Utara. Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa pada tanggal-

tanggal tersebut intensitas gempa bumi di Sumatra juga tinggi.

4. KESIMPULAN

Model *epidemic type aftershock sequence (ETAS)* dapat dinyatakan dengan fungsi intensitas bersyarat

$$\lambda(t) = \mu + K \sum_{t_i < t} e^{\alpha(M - M_0)} \left(1 + \frac{t - t_i}{c}\right)^{-p}$$

dengan $K = \kappa c^{(p-1)}(p-1)$, yang memiliki lima parameter dan mempertimbangkan variabel waktu serta magnitudo.

Dengan metode estimasi likelihood maksimum diperoleh estimasi parameter model *ETAS* data gempa bumi di Sumatra. Hasil estimasi tersebut yaitu laju kegempaan dasar sebesar 0.0291, produktivitas gempa susulan sebesar 0.2240, efisiensi gempa bumi dengan magnitudo tertentu menghasilkan gempa susulan sebesar 2.4417, skala waktu laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.0199, dan laju peluruhan gempa susulan sebesar 0.9930.

REFERENSI

- [1] Maarif, S. *Pikiran dan Gagasan Penanggulangan Bencana di Indonesia. Cetakan Pertama*. Jakarta: Badan Nasional Penanggulangan Bencana; 2012. 1-229.
- [2] Ogata, Y. Statistical Models for Earthquake Occurrences and Residual Analysis for Point Processes. *Journal of the American Statistical Association*. 1988; 83: 9-27.
- [3] Ogata, Y. Seismicity Analysis through Point-process Modelling: A Review. *Pure and Applied Geophysics*. 1999; (155): 471-507.
- [4] Omi, T., Y. Ogata, Y. Hirata, and K. Aihara. Estimating the *ETAS* Model

- from an Early Aftershock Sequence. *Geophys. Res. Lett.* 2014; (50): 850–857.
- [5] Omori, F. On the aftershocks of earthquakes. *Journal of the College of Science*, Imperial University of Tokyo. 1894; (7): 111–200.
- [6] Sunusi, N., A.K. Jaya, A. Islamiyati, dan Raupong. Studi Temporal Point Process pada Analisa Prakiraan Peluang Waktu Kemunculan Gempa. *Laporan Hasil Penelitian*, Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Hasanudin, Makassar, November 2013.
- [7] Utsu, T. A statistical study on the occurrence of aftershocks. *Geophysical Magazine*; 1961; (30): 521-605.
- [8] Zhuang, J. Statistical modelling of seismicity patterns before and after the 1990 Oct 5 Cape Palliser Earthquake, New Zealand. *New Zealand Journal of Geology & Geophysics*. 2000; (43): 447-460.