

Proses Titik *Self-Exciting* dan Penerapannya pada Data Gempa Bumi di Jawa

Winda Haryanto^{1*}, Hasih Pratiwi², dan Ririn Setiyowati³

^{1,3}Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret

²Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas

*Email: windaharyanto18@gmail.com

Abstrak

Keywords:

Proses titik *self-exciting*; fungsi intensitas bersyarat; estimasi likelihood maksimum; gempa bumi

Proses titik adalah kumpulan titik –titik random yang terletak pada daerah tertentu. Proses titik yang menyatakan keterkaitan antara suatu kejadian dengan kejadian-kejadian berikutnya disebut proses titik *self-exciting*. Contoh dari kejadian tersebut adalah gempa bumi yang terjadi di Jawa. Pada proses titik, fungsi intensitas memegang peranan penting untuk menentukan peluang kemunculan terjadinya gempa bumi dengan syarat kejadian masa lampau. Penelitian ini bertujuan untuk mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting* dengan mempertimbangkan komponen trend, siklis, fungsi pemicu dan faktor eksternal. Dengan metode estimasi likelihood maksimum diperoleh estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting* pada data gempa bumi di Jawa.

1. PENDAHULUAN

Gempa bumi adalah berguncangnya bumi yang disebabkan oleh tumbukan antar lempeng bumi, patahan aktif aktivitas gunung api atau runtuh batuan. Gempa bumi yang diakibatkan oleh aktivitas gunung api dan runtuh batuan memiliki kekuatan relatif kecil dibandingkan dengan kekuatan gempa yang diakibatkan oleh tumbukan antar lempeng bumi dan patahan aktif [3]. Berdasarkan kajian seismotektonik, wilayah Jawa dengan sistem tektonik tunjumannya merupakan bagian dari satuan seismotektonik busur sangat aktif (Jawa Barat bagian barat dan Sumatra) dan satuan seismotektonik busur aktif (Jawa Barat bagian barat-Jawa Tengah-Jawa Timur) [6]. Fenomena alam gempa bumi bersifat acak dan masih terus dikaji baik dari aspek seismologi maupun aspek stokastik.

Kedua aspek tersebut dapat dipelajari dalam statistik seismologi. Istilah statistik seismologi pertama kali diperkenalkan pada tahun 1956 [9], kemudian diadopsi [8]. Subyek utama dalam statistik seismologi adalah model stokastik. Salah satu model stokastik yang dapat menjelaskan fenomena gempa bumi adalah proses titik. Proses titik didefinisikan sebagai kumpulan titik-titik *random* pada daerah tertentu [1].

Pada proses titik, gempa bumi dipandang sebagai kumpulan titik-titik *random* dalam suatu ruang, dimana masing-masing titik menyatakan waktu atau lokasi dari suatu kejadian [7]. Salah satu contoh dari proses titik adalah proses titik *self-exciting*. Proses titik *self-exciting* sebagai kumpulan titik *random* yang menyatakan kejadian pada waktu tertentu dimana satu kejadian memiliki

peluang untuk memicu kejadian-kejadian lain. Berdasarkan uraian tersebut, akan dibahas mengenai proses titik *self-exciting* dan penerapannya pada data gempa bumi di Jawa [2].

2. METODE

Pada penelitian ini menggunakan data sekunder berupa data bulanan dari Januari 1973 sampai dengan Desember 2016 yang bersumber dari *United State Geological Survey (USGS)*. Data gempa bumi yang diambil memiliki magnitudo ≥ 5 SR dan kedalaman ≤ 70 km. Variabel yang digunakan dalam analisis yaitu variabel waktu. Adapun langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- 1) Mengkaji definisi proses titik *self-exciting*.
- 2) Mengkaji fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting* secara umum.
- 3) Menentukan fungsi bergantung waktu pada komponen siklis.
- 4) Menentukan fungsi bergantung waktu pada komponen *trend*.
- 5) Menentukan fungsi pemicu sebagai jumlahan polinomial fungsi eksponensial bergantung waktu.
- 6) Menentukan faktor eksternal yang dinyatakan dalam fungsi respon sebagai jumlahan polinomial fungsi eksponensial bergantung waktu.
- 7) Menyusun fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting* berdasarkan langkah (3), (4), (5) dan (6).
- 8) Mengumpulkan data.
- 9) Menentukan nilai parameter awal.
- 10) Mensubstitusikan hasil estimasi parameter ke langkah (7).
- 11) Menginterpretasikan fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting* pada penerapan data gempa bumi di Jawa..

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas hasil penelitian tentang proses titik *self-exciting* dan penerapannya pada data gempa bumi di Jawa.

3.1. Proses Titik Self-Exciting

Sebuah proses titik N dapat disebut sebagai *self-exciting* apabila $cov\{N(A), N(B)\} > 0$ dimana himpunan A dan himpunan B saling berpengaruh dalam ruang sampel S . Oleh karena itu, proses titik *self-exciting* merupakan suatu proses titik yang dapat memicu adanya kejadian baru[5].

Beberapa kelas proses titik didefinisikan oleh fungsi intensitas bersyarat tertentu, seperti pada proses titik *self-exciting* [4]. Proses Hawkes merupakan model matematik pada proses titik *self-exciting*, dimana nama Hawkes berasal dari penemu proses ini yaitu Alan G. Hawkes[2].

Proses titik *self-exciting* linear Hawkes merupakan awal mula adanya suatu proses dengan intensitas dasar μ dan fungsi pemicu g yang dinyatakan sebagai fungsi dari waktu antar kejadian, $t - t_i$. Secara umum, proses titik *self-exciting* memiliki fungsi intensitas bersyarat sebagai berikut:

$$\lambda(t|H_t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i) \quad (3.1)$$

dimana H_t menyatakan kejadian masa lampau sampai dengan sebelum waktu t .

Proses ini mengklasifikasikan kejadian dalam dua tipe: kejadian utama (*background*) dan kejadian yang dipicu (*triggered*). Laju dari kejadian utama pada waktu t dimodelkan oleh proses Poisson $\mu(t)$. Laju sebuah kejadian pada waktu t_i memicu penambahan kejadian pada waktu t yang dimodelkan oleh fungsi pemicu $g(t - t_i)$. Salah satu contoh kejadian yang dapat digambarkan

oleh proses titik *self-exciting* adalah kejadian gempa bumi.

Gempa tektonik menjadi salah satu gempa bumi yang sering terjadi di Indonesia, khususnya wilayah Jawa. Gempa tektonik merupakan gempa bumi yang disebabkan oleh tumbukan antar lempeng bumi. Gempa ini terjadi di sekitar batas lempeng tektonik yang selalu bergerak dan saling mendesak satu sama lain. Pergerakan lempeng tektonik menyebabkan penimbunan energi secara perlahan. Energi dilepaskan ketika terjadi penimbunan yang berlebihan sehingga timbul adanya gempa bumi.

Pergerakan lempeng tektonik yang semakin meluas menyebabkan penimbunan energi bertambah tiap tahunnya sehingga energi yang dilepaskan juga semakin besar. Pergerakan lempeng dapat terjadi secara periodik dan berulang dalam waktu tertentu. Hal ini menunjukkan adanya pola tertentu dari deretan kejadian gempa bumi. Pola tersebut dapat terjadi secara *trend* dan siklis. Selain itu, faktor eksternal seperti letak dari suatu daerah juga dapat mempengaruhi terjadinya gempa bumi.

Berdasarkan pola-pola yang ada dapat dibentuk suatu komponen-komponen yang berupa fungsi bergantung waktu t . Komponen ini berpengaruh terhadap fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting*. Komponen siklis pada gempa digambarkan oleh deret Fourier yang dinyatakan dalam fungsi bergantung waktu t , yaitu $P(t)$ dituliskan sebagai berikut:

$$P(t) = \sum_{k=1}^K (C_{2k-1} \cos(2k\pi t/P) + C_{2k} \sin(2k\pi t/P)),$$

yang memberikan siklus tetap P .

Komponen *trend* dinyatakan dalam fungsi bergantung waktu t , yaitu $Q(t)$ sebagai jumlahan polinomial dengan orde K_T dituliskan sebagai berikut:

$$Q(t) = T_1 + T_2 t + \dots + T_{K_T} t^{K_T-1}.$$

Fungsi pemicu dan fungsi respon proses titik *self-exciting* berturut-turut dinyatakan sebagai jumlahan dari fungsi eksponensial yang diberikan oleh polinomial tipe Laguerre orde K_a dan K_b dituliskan

$$g(t - t_i) = \sum_{t_i < t} e^{-c(t-t_i)} (a_1 + a_2(t - t_i) + \dots + a_{K_a}(t - t_i)^{K_a-1})$$

dan

$$h(t - t_j) = \sum_{t_j < t} e^{-d(t-t_j)} (b_1 + b_2(t - t_j) + \dots + b_{K_b}(t - t_j)^{K_b-1})$$

dimana t_i dan t_j masing-masing menyatakan waktu dari kejadian utama i dan j yang memicu adanya kejadian lain dalam waktu t .

Berdasarkan komponen yang ada, fungsi pada setiap komponen dapat dinyatakan dalam fungsi linear sehingga dituliskan fungsi intensitas bersyarat proses titik *self-exciting* pada persamaan (3.1) menjadi

$$\begin{aligned} \lambda(t|H_t) &= P(t) + Q(t) + g(t) + h(t) \\ &= (C_1 \cos(2\pi t/P) + C_2 \sin(2\pi t/P) \\ &\quad) + (T_1 + T_2 t + \sum_{t_i < t} e^{-c(t-t_i)} (a_1 + a_2(t - t_i)) + \end{aligned}$$

$$\sum_{t_j < t} e^{-d(t-t_j)} (b_1 + b_2(t-t_j)) \quad (3.2)$$

Dengan

C_1, C_2 : koefisien fungsi pada komponen siklis,

T_1, T_2 : koefisien fungsi pada komponen trend,

c : koefisien eksponensial polinomial tipe Laguerre pada fungsi pemicu $g(t)$,

d : koefisien eksponensial polinomial tipe Laguerre pada fungsi respon $h(t)$,

a_1, a_2 : koefisien fungsi pemicu $g(t)$,

b_1, b_2 : koefisien fungsi respon $h(t)$.

3.2. Penerapan pada Data Gempa Bumi di Jawa

Pada penelitian ini diasumsikan bahwa gempa bumi yang terjadi di Jawa tidak memiliki siklus tertentu tiap waktunya sehingga dapat dikatakan bahwa gempa bumi di Jawa tidak terjadi secara siklis. Selanjutnya dilakukan estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat proses titik self-exciting (3.2) menggunakan metode likelihood maksimum. Kemudian diberikan penerapan fungsi intensitas bersyarat proses titik self-exciting pada data gempa bumi di Jawa. Hasil estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat proses titik self-exciting diberikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Hasil Estimasi Parameter

Parameter	Nilai Estimasi
\hat{T}_1	$7,938 \times 10^{-3}$
\hat{T}_2	$-3,130 \times 10^{-7}$
\hat{c}	$9,908 \times 10^{-2}$

\hat{a}_1	$3,788 \times 10^{-2}$
\hat{a}_2	$-0,535 \times 10^{-2}$
\hat{d}	$0,487 \times 10^{-2}$
\hat{b}_1	0
\hat{b}_2	$0,899 \times 10^{-6}$

Berdasarkan Tabel 3.1, diperoleh fungsi intensitas bersyarat proses titik self-exciting pada penerapan data gempa bumi di Jawa sebagai berikut:

$$\lambda(t|H_t) = 7,938 \times 10^{-3} - 3,130 \times 10^{-7}t + \sum_{t_i < t} 3,788 \times 10^{-2} e^{-9,908 \times 10^{-2}(t-t_i)} - t_i e^{-9,908 \times 10^{-2}(t-t_i)} + \sum_{t_j < t} 0,899 \times 10^{-6} (t-t_j) e^{-0,487 \times 10^{-2}(t-t_j)} \quad (3.3)$$

Oleh karena kejadian utama i tidak dapat dianalisis pada data gempa bumi di Jawa sehingga diasumsikan fungsi pemicu dan faktor eksternal dinyatakan sebagai fungsi bergantung waktu t saja. Dari persamaan (3.3) diketahui bahwa pada awal pengamatan ($t=0$), memberikan nilai fungsi intensitas bersyarat sebesar $45,818 \times 10^{-3}$. Komponen trend dan fungsi pemicu memberikan kontribusi pada fungsi intensitas bersyarat masing-masing sebesar dan $3,788 \times 10^{-2}$. Sedangkan faktor eksternal tidak memberikan kontribusi pada fungsi intensitas bersyarat.

Misalkan $e^{-9,908 \times 10^{-2}t}$ sebagai x_1 dan $e^{-0,487 \times 10^{-2}t}$ sebagai x_2 sehingga fungsi intensitas bersyarat pada persamaan (3.3) menjadi

$$\lambda(t|H_t) = 7,938 \times 10^{-3} - 3,130 \times 10^{-7}t + 3,788$$

$$\begin{aligned} & \times 10^{-2}x_1 - 0,535 \\ & \times 10^{-2}tx_1 + 0,899 \\ & \times 10^{-6}tx_2 \end{aligned}$$

Berdasarkan fungsi intensitas tersebut, dapat dilihat bahwa untuk setiap kenaikan 10 tahun komponen trend menurunkan fungsi intensitas sebesar $11,425 \times 10^{-4}$ sedangkan untuk pengaruh fungsi pemicu dan eksternalnya masing-masing menurunkan fungsi intensitas sebesar $0,535 \times 10^{-2}$ dan menaikkan fungsi intensitas sebesar $0,899 \times 10^{-6}$.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis pada hasil dan pembahasan disimpulkan bahwa proses titik self-exciting merupakan kumpulan titik random yang menyatakan kejadian pada waktu tertentu dimana satu kejadian memiliki peluang untuk memicu kejadian-kejadian lain. Penerapan proses titik self-exciting pada data gempa bumi di Jawa diberikan oleh fungsi intensitas bersyaratnya dengan mempertimbangkan komponen trend, fungsi pemicu, dan faktor eksternal sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \lambda(t|H_t) = & 7,938 \times 10^{-3} - 3,130 \\ & \times 10^{-7}t + \sum_{t_i < t} 3,788 \\ & \times 10^{-2}e^{-9,908 \times 10^{-2}(t-t_i)} \\ & - 0,535 \times 10^{-2}(t-t_i)e^{-9,908 \times 10^{-2}(t-t_i)} \\ & + \sum_{t_j < t} 0,899 \times 10^{-6} \\ & (t-t_j)e^{-0,487 \times 10^{-2}(t-t_j)} \end{aligned}$$

REFERENSI

- [1] Cahyandari R. Studi Pembentukan Proses Titik Melalui Pendekatan Ukuran Menghitung. Research report. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi UIN SGD Bandung; 2015.
- [2] Fox E W. Estimation and Inference for Self-Exciting Point Processes with

Applications to Social Networks and Earthquake Seismology. University of California, Los Angeles; 2015.

- [3] Kementerian ESDM. Pengenalan Gempa Bumi. 2011. [diakses pada 22 Februari 2017]. Diambil dari: <http://www.esdm.go.id/assets/admin/file/pub/PengertianGempabumi.pdf>
- [4] Ogata Y. Seismicity Analysis Through Point Process Modeling: A Review, Pure and Applied Geophysics. 1999; 155: 471-507.
- [5] Schoenberg FP. *Introduction of Point Processes*. New York: UCLA; 2000.
- [6] Soehaimi A. Seismotektonik dan Potensi Kegempaan Wilayah Jawa. *Jurnal Geologi Indonesia*. 2008; 4(3).
- [7] Sunusi N, Jaya A K, Islamiyati A, Raupong. Studi Temporal Point Process pada Analisa Prakiraan Peluang Waktu Kemunculan Gempa, Mitigasi dan Manajemen Sumber Daya Alam. Research report. Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Hasanuddin. Makassar; 2013.
- [8] Vere-Jones D. Forecasting Earthquake and Earthquakes Risk. *International Journal of Forecasting*. 1995; 11: 503-538.
- [9] Yilmaz V. Probabilistic Prediction of The Next Earthquake in The Nafz. *Dogus Universitesi Dergisi, Turkey*. 2004; 5: 243-250.

