

Model *Linked Stress Release* pada Data Gempa Bumi di Pulau Sumatra

Ismiyati Khusnul Khotimah¹, Hasih Pratiwi², Dewi Retno Sari Saputro³

^{1,3} Program Studi Matematika/FMIPA, Universitas Sebelas Maret

² Program Studi Statistika/FMIPA, Universitas Sebelas Maret

*Email: ismiyatikk@student.uns.ac.id

Abstrak

Keywords:

gempa bumi; model stress release; model linked stress release; fungsi intensitas bersyarat; estimasi parameter.

Teori elastic rebound menjelaskan tentang model stress release dimana besarnya tekanan meningkat secara deterministik dan berkurang secara stokastik sebagai akibat dari gempa bumi. Pada analisis data gempa bumi, suatu wilayah memiliki interaksi dengan wilayah lainnya. Perpindahan tekanan dan interaksi antar wilayah belum dapat dipertimbangkan dalam model stress release. Dalam artikel ini, model stress release dikonstruksi dalam model linked stress release dengan mempertimbangkan interaksi antar wilayah. Model linked stress release dapat dinyatakan melalui fungsi intensitas bersyarat bergantung pada akumulasi tekanan yang dilepaskan saat terjadi gempa bumi dalam subwilayah j selama periode waktu t . Tujuan penelitian ini adalah mengestimasi fungsi intensitas bersyarat model linked stress release dan menerapkan pada data gempa bumi. Penelitian ini menggunakan data gempa bumi di Pulau Sumatra periode Januari 2010 sampai dengan Desember 2016. Metode estimasi likelihood maksimum digunakan untuk memperoleh hasil estimasi fungsi intensitas bersyarat model linked stress release pada data gempa bumi di Pulau Sumatra. Hasil penelitiannya yaitu intensitas gempa bumi di Pulau Sumatra pada wilayah bagian utara relatif lebih tinggi dibanding dengan wilayah bagian selatan

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu zona tektonik teraktif di dunia yang disebabkan oleh zona pertemuan antara tiga lempeng tektonik besar dan membentuk jalur - jalur pertemuan lempeng yang kompleks (Bird [1]). Tiga lempeng tektonik besar tersebut antara lain lempeng Indo-Australia, Eurasia, dan Pasifik. Di sekitar lokasi pertemuan lempeng ini, akumulasi energi tabrakannya terkumpul sampai suatu titik dimana lapisan bumi tidak mampu menahan tumpukan energi sehingga lepas berupa gempa bumi. Pergerakan subduksi (tumbukan) antara dua lempeng

menyebabkan terbentuknya subduksi antara lempeng Indo-Australia dan Eurasia menyebabkan terbentuknya deretan gunung berapi yaitu Bukit Barisan di Pulau Sumatra, deretan gunung berapi di sepanjang Pulau Jawa, dan Parit Jawa (Sunda). Kondisi tersebut mengakibatkan Pulau Sumatra lebih berpotensi terjadi gempa bumi dibanding wilayah lain (Ikhsani [2]).

Gempa bumi adalah suatu fenomena alam yang sifatnya acak baik dalam ruang maupun waktu. Kemunculan gempa bumi yang sifatnya acak masih terus dikaji baik dari aspek seismologi maupun aspek stokastik.

Proses stokastik merupakan salah satu bidang kajian dalam matematika yang dapat digunakan untuk memprediksi atau menjelaskan fenomena-fenomena dalam kehidupan sehari-hari (Pratiwi dkk.[4]). Salah satu proses stokastik yang dapat menjelaskan fenomena gempa bumi adalah proses titik. Proses titik merupakan suatu model stokastik yang dapat menerangkan fenomena alam yang sifatnya acak baik dalam ruang maupun waktu. Umumnya, titik-titik pada proses titik dibedakan untuk waktu dan lokasi, meskipun kadang-kadang ada informasi lain yang terkandung di titik tersebut. Dalam proses titik, kejadian-kejadian gempa bumi pada lokasi dan tempat tertentu dapat dipandang sebagai titik-titiknya sedangkan ukuran yang berkaitan dengan kejadian gempa bumi adalah magnitudo atau kedalamannya (Schoenberg [5]).

Teori elastic rebound yang diusulkan oleh Reid (Lu et al. [3]) adalah model klasik untuk kejadian gempa bumi. Teori ini menunjukkan bahwa tekanan elastis di daerah seismik terakumulasi akibat pergerakan lempeng tektonik dan dilepaskan ketika tekanan melebihi batas kekuatan. Teori ini menunjukkan bahwa gempa besar biasanya diikuti oleh periode pasif, sedangkan pada kenyataannya gempa besar dapat diikuti dengan periode aktif dan kadang-kadang diikuti gempa-gempa yang memiliki magnitudo yang hampir sama.

Model *stress release* merupakan pengembangan dari teori *elastic rebound* dimana besarnya tekanan meningkat secara deterministik dan berkurang secara stokastik sebagai akibat dari gempa bumi. Zheng dan Vere-Jones [6] menerapkan model *stress release* pada data gempa bumi di China, Persia, dan Jepang. Salah satu fenomena yang paling menarik untuk diamati dalam penelitiannya adalah kejadian besar sering diikuti oleh kejadian besar lainnya yang letaknya cukup jauh dari kejadian pertama. Pada analisis data gempa bumi tersebut, suatu

wilayah memiliki interaksi dengan wilayah lainnya. Zheng dan Vere-Jones [6] mencatat adanya pengelompokan perlakuan perpindahan tekanan dan interaksi. Perpindahan tekanan dan interaksi antar wilayah belum dapat dipertimbangkan dalam model *stress release*. Oleh karena itu, pada penelitian ini model *stress release* dikonstruksi dalam model *linked stress release* untuk interaksi antar wilayah. Tujuan penelitian ini adalah mengestimasi fungsi intensitas bersyarat model *linked stress release* dan serta menerapkan pada data gempa bumi Pulau Sumatra.

2. METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dan menerapkan model *linked stress release*. Penelitian ini menggunakan data gempa bumi di Pulau Sumatra yang diperoleh dari United States Geological Survey.

Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini.

- a. Mengestimasi fungsi intensitas bersyarat pada model *linked stress release*.
 - 1) Menentukan variabel acak dari suatu kejadian gempa bumi.
 - 2) Mengkaji model *stress release* dan model *linked stress release*.
 - 3) Mengaitkan kedua model pada bagian 1(b).
 - 4) Menentukan parameter yang diperlukan untuk menurunkan fungsi intensitas bersyarat.
 - 5) Menentukan fungsi *likelihood* dan logaritmanya, selanjutnya mengestimasi parameter fungsi intensitas bersyarat dengan metode Newton dan perhitungan menggunakan software R.
- b. Menerapkan model *linked stress release* pada data gempa bumi di Pulau Sumatra.
 - 1) Mendeskripsikan data gempa bumi di Pulau Sumatra pada tahun 2010-2017.

- 2) Menentukan estimasi fungsi intensitas bersyarat pada model *linked stress release* dengan software R.
- 3) Melakukan analisis berdasarkan bagian 2(b).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model *Linked Stress Release*

Teori *elastic rebound* menjelaskan bahwa tekanan elastis di daerah seismik aktif terakumulasi akibat gerakan tektonik dan dilepaskan ketika tekanan melebihi kekuatan, seperti model waktu dan *slip-predictable*. Banyak sifat dari gempa bumi belum ditangkap pada model-model itu sehingga harus diperhitungkan melalui model stokastik. Pada tahun 1978, Vere-Jones [5] mengusulkan model *stress release* dari pengembangan model stokastik untuk kejadian gempa bumi yang disarankan oleh Knopoff.

Asumsi pada model *stress release* yaitu tekanan awal $X(0)$ bernilai positif dan *loading rate* ρ konstan yang bernilai positif. Tekanan dilepaskan ketika melebihi batas kekuatan lempeng dalam bentuk gempa bumi. Pada model ini besarnya tekanan meningkat secara deterministik dengan *loading rate* ρ dan berkurang secara stokastik sebagai akibat dari gempa bumi atau dapat ditulis sebagai

$$X(t) = X(0) + \rho t - S(t) \quad (3.1)$$

dengan $X(0)$ adalah tekanan awal, ρ adalah *loading rate*, dan $S(t)$ adalah akumulasi tekanan yang dilepaskan oleh semua kejadian pada periode $(0, t]$ yaitu $S(t) = \sum_{a; t_a < t} S_a$. Notasi t_a dan S_a masing-masing menyatakan waktu dan tekanan yang berkaitan dengan kejadian ke- a .

Nilai tekanan S_a yang dilepaskan selama terjadi gempa bumi diestimasi dari magnitudo. Terdapat hubungan antara magnitudo dengan tekanan yaitu magnitudo M sebanding dengan logaritma dari energi

seismik E yang dilepaskan saat terjadi gempa bumi dengan rumus

$$M = \frac{2}{3} \log E + \text{konstanta}$$

dengan asumsi bahwa penurunan energi S_a selama gempa bumi sebanding dengan akar kuadrat dari energi yang dilepaskan, $S_a \sim E^{\frac{1}{2}}$ diperoleh

$$S_a = 10^{0.75(m_a - M_0)}$$

dengan m_a adalah magnitudo saat kejadian ke- a dan M_0 adalah batas bawah magnitudo.

Gempa besar sering diikuti dengan gempa besar yang letaknya cukup jauh dari kejadian pertama dan kejadian besar dapat menghambat kejadian berikutnya. Interaksi antar wilayah dapat berpengaruh terhadap waktu dan magnitudo kejadian gempa lainnya. Zheng dan Vere-Jones [5] mencatat adanya pengelompokan perpindahan tekanan dan interaksi antar wilayah yang belum dapat dipertimbangkan dalam model *stress release*. Oleh karena itu, model tersebut dapat dikonstruksi dengan faktor interaksi antar wilayah.

Tekanan dalam subwilayah ke- i terhadap waktu dapat ditulis kembali sebagai

$$X_i(t) = X_i(0) + \rho_i t - \sum_j \theta_{ij} S(t, j) \quad (3.2)$$

dengan $S(t, j)$ adalah akumulasi tekanan yang dilepaskan saat terjadi gempa bumi dalam wilayah j selama periode $(0, t)$ dan koefisien θ_{ij} dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$ merupakan ukuran proporsi tetap dari suatu tekanan yang berawal dari wilayah j lalu berpindah ke wilayah i yang bernilai positif atau negatif. Model pada persamaan (3.2) disebut model *linked stress release*. Jika gempa susulan diabaikan maka $\theta_{ii} = 1$ untuk semua i . Jika $\theta_{ij} = 0$ untuk semua $i \neq j$ maka model menjadi persamaan (3.1).

3.2. Estimasi Fungsi Intensitas Bersyarat

Intensitas probabilitas dari suatu terjadinya gempa bumi ditentukan melalui

fungsi hazard $\psi(x)$, dengan interpretasi bahwa probabilitas dari suatu kejadian pada interval waktu $(t, t + \Delta)$ mendekati $\psi[X(t, i)]\Delta$ untuk Δ yang cukup kecil. Fungsi hazard merupakan fungsi eksponensial yaitu $\psi(x) = \exp(\alpha + \beta x)$ dengan konstanta α sebagai nilai tekanan awal sedangkan konstanta β adalah gabungan dari kekuatan dan heterogenitas kerak di wilayah.

Setiap wilayah mempunyai fungsi eksponensial resiko dengan parameter berbeda yang menyatakan bahwa tektonik di setiap wilayah memiliki sifat yang berbeda. Kekuatan tekanan yang menyebabkan gempa bumi dan *loading rate* tektonik pada setiap wilayah juga berbeda. Jadi, fungsi intensitas bersyarat dapat dibentuk dari data gempa bumi sebelumnya sebagai proses titik yaitu

$$\lambda_i(t) = \psi(X_i(t)) = \exp(\alpha_i + \beta_i X_i(0) + \beta_i \rho_i (t - \frac{\sum_j \theta_{ij} S(t, j)}{\rho_i}))$$

Misalkan $\alpha_i + \beta_i X_i(0) = a_i$, $\beta_i \rho_i = b_i$, dan $\theta_{ij}/\rho_i = c_{ij}$ sehingga diperoleh

$$\lambda_i(t) = \exp(a_i + b_i (t - \sum_j c_{ij} S(t, j))) \quad (3.3)$$

untuk beberapa wilayah i .

Estimasi parameter ditentukan dengan menghitung maksimum *log-likelihood*

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \lambda_i(t) - \int_{T_1}^{T_2} \lambda(t) dt$$

dengan interval (T_1, T_2) terdiri dari kejadian pada waktu $t_i (i = 1, 2, \dots, N)$:

$$T_1 < t_1 < t_2 < \dots < t_N < T_2.$$

Pada model *linked stress release* terdapat parameter, yaitu a_i , b_i , c_{ij} . Nilai parameter model *linked stress release* diestimasi menggunakan metode maximum likelihood estimation (MLE). Sistem persamaan (3.3) sulit ditentukan penyelesaiannya sehingga digunakan penyelesaian pendekatan dengan metode

Newton. Perhitungannya menggunakan *software R*.

3.3. Penerapan Model *Linked Stress Release*

Pada bagian ini diberikan penerapan model *linked stress release* pada data gempa bumi di Pulau Sumatra. Data tersebut merupakan data sekunder yang bersumber dari *United States Geological Survey*. Data gempa bumi tersebut memuat t_a , m_a , dan wilayah i, j , dengan t_a menyatakan waktu terjadinya gempa bumi ke- a dan m_a menyatakan magnitudo dari gempa bumi ke- a . Rentang waktu terjadinya gempa bumi tersebut dari bulan Januari 2010 sampai dengan Desember 2016 dengan magnitudo ≥ 4.5 . Wilayah di Pulau Sumatra dibagi menjadi dua wilayah yaitu wilayah Pulau Sumatra bagian selatan dan utara. Wilayah bagian selatan terletak pada $0^\circ\text{LU}-6^\circ\text{LS}$ dan $95^\circ\text{BB}-109^\circ\text{BT}$ meliputi, Kepulauan Mentawai, Bengkulu, Kuripan, Sungaipenuh, Sigli, Muara Siberut, Pasarbaru, Pagaralam, Kaliandak dan Sikabaulan. Sedangkan wilayah bagian utara terletak pada $6^\circ\text{LU}-0^\circ\text{LS}$ dan $95^\circ\text{BB}-109^\circ\text{BT}$ meliputi, Banda Aceh, Nias, Simeulue, Sumatra Utara, Sinabang, Padangsidempuan, dan Meulaboh. Pada wilayah tersebut terdapat 937 kejadian gempa bumi.

Hasil estimasi parameter fungsi intensitas bersyarat model *linked stress release* pada data gempa bumi di Pulau Sumatra ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Awal Parameter dan Nilai Estimasi Parameter Fungsi Intensitas Bersyarat

Parameter	Nilai Awal Parameter	Nilai estimasi Parameter	Log L
a ₁	-1.50	-1.567641189	-2766.905
a ₂	-1.50	-1.498636119	
b ₁	0.01	0.011768394	
b ₂	0.01	0.009520825	
c ₁₁	2.00	2.059594285	
c ₁₂	-0.50	-0.553780067	
c ₂₁	0.20	0.367809141	
c ₂₂	1.00	0.861021432	

Berdasarkan fungsi intensitas bersyarat model *linked stress release* pada persamaan (3.3) dan estimasi parameter pada Tabel (3.1), fungsi intensitas bersyarat model *linked stress release* pada data gempa bumi di Pulau Sumatra dapat ditulis sebagai

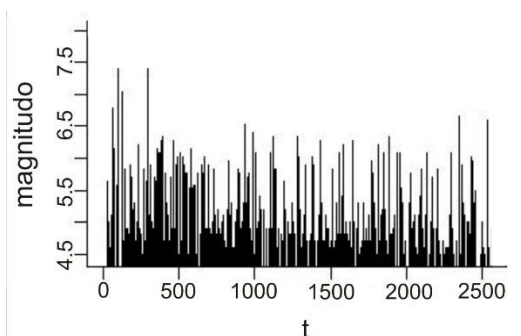
a. Untuk wilayah selatan yaitu

$$\lambda_1(t) = \exp(-1.56764 + 0.01177(t - (2.05959 - 0.55378)S(t)))$$

b. Untuk wilayah utara yaitu

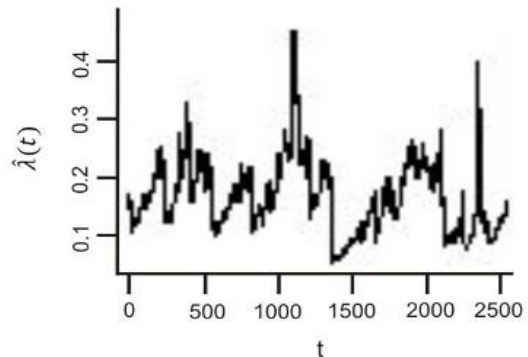
$$\lambda_2(t) = \exp(-1.49864 + 0.00952(t - (0.36781 + 0.86102)S(t)))$$

Berikut plot magnitudo dan waktu data gempa bumi di Pulau Sumatra yang disajikan pada Gambar 1. serta plot fungsi intensitas bersyarat model *linked stress release* data gempa bumi di Pulau Sumatra yang disajikan pada Gambar 3.2.

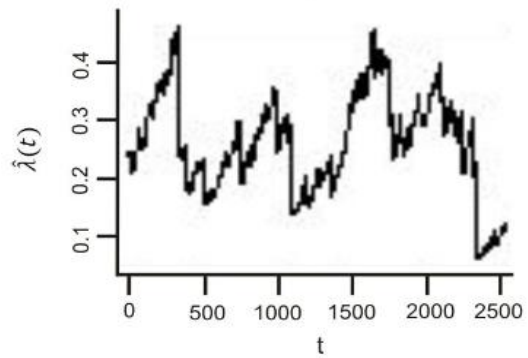


Gambar 1. Plot magnitudo dan waktu data gempa bumi di Pulau Sumatra

Berdasarkan pada Gambar 3.1. terlihat bahwa magnitudo tertinggi terletak di wilayah Sumatra Utara sebesar 7.4, 7.0, Kepulauan Mentawai sebesar 7.4, 6.8, dan Sumatra Selatan sebesar 6.6.



(a)



(b)

Gambar 2. Plot fungsi intensitas bersyarat di Pulau Sumatra (a) bagian selatan dan (b) bagian utara

Berdasarkan pada Gambar 2. terlihat intensitas gempa bumi pada wilayah bagian utara relatif lebih tinggi dibanding dengan wilayah bagian selatan. Namun, saat akhir tahun 2016 intensitas gempa bumi pada wilayah bagian utara mengalami penurunan yang cukup tajam dibanding wilayah bagian selatan.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa estimasi fungsi intensitas bersyarat pada model *linked stress release* dinyatakan dengan

$$\hat{\lambda}_i(t) = \exp(\hat{a}_i + \hat{b}_i(t - \sum_j \hat{c}_{ij} S(t, j))).$$

Parameter model dapat diestimasi menggunakan metode *maximum likelihood estimation* (MLE), kemudian penyelesaiannya menggunakan pendekatan metode Newton dan perhitungannya menggunakan *software* R. Hasil estimasi fungsi intensitas bersyarat pada model *linked stress release* untuk data gempa bumi di Pulau Sumatra periode Januari 2010 sampai dengan Desember 2016 adalah intensitas gempa bumi pada wilayah bagian utara relatif lebih tinggi dibanding dengan wilayah bagian selatan. Namun, saat akhir tahun 2016 intensitas gempa bumi pada wilayah bagian utara mengalami penurunan yang cukup tajam dibanding wilayah bagian selatan..

REFERENSI

- [1] Bird, P., *An Updated Digital Model of Plate Boundaries*, An Electronic Journal of The Earth Sciences (2003).
- [2] Ikhsani, M.A., *Proses Terbentuknya Kepulauan Indonesia*, 19 Maret 2017.
- [3] Lu, C., Harte, D., and Bebbington, M., *A linked Stress Release Model for Historical Japanese Earthquake: Coupling among Major Seismic Regions*, Earth Planets Space (1999), no. 51, 907-916.
- [4] Pratiwi, H., Subanar, Danardono, and J.A.M. van der Weide, *Two-dimensional Poisson Point Process in Modelling Tectonic Earthquake in Jawa and Bali*, presented at The 7th World Congress in Probability and Statistics, Singapura, 2008.
- [5] Schoenberg, F.P., *Multidimensional Residual Analysis of Point Processes Model for Eartquake Occurences*, Journal of the American Statistical Association **98** (2003), no. 464.
- [6] Zheng, X. and Vere-Jones, D., *Further Applications of the Stochastic Stress Release Model to Historical Data*, Tectonophysics **2**